Curso de Termodinâmica-GFI 00210

2º semestre de 2016
3ª série de Exercícios

Prof. Jürgen Stilck

1. Um gás está contido num recipiente cilíndrico limitado à direita por um pistão de área A e massa M. O eixo do cilindro está na direção x. O pistão se move para a direita com uma velocidade constante u de maneira que o gás se expande a temperatura constante. Temos que $u \ll v_{qm}$ e $m \ll M$, onde v_{qm} é a velocidade quadrática média das moléculas do gás e m a massa de uma molécula. Suponha que as colisões das moléculas com o pistão são perfeitamente elásticas no referencial no qual o pistão está em repouso.

   a) Mostre que no referencial do cilindro as colisões com o pistão não são perfeitamente elásticas, calculando a perda de energia cinética de uma molécula com componente horizontal de velocidade v_x. No seu resultado, despreze u quando comparado com v_x.

   b) Some a perda de energia cinética sobre todas as moléculas e mostre que ela é igual ao trabalho realizado pelo gás na sua expansão.

2. Considere uma amostra de oxigênio à temperatura $T = 300\ K$ e pressão de 1 atm. Assumindo que o diâmetro de uma molécula seja $d = 290\ pm$, determine a razão entre ele e a distância média entre as moléculas. Trate o gás como ideal.

3. Mostre que nas relações fundamentais abaixo a entropia é extensiva.

Nos três casos, obtenha a relação fundamental molar na representação da entropia e calcule as equações de estado e as relações fundamentais na representação da energia interna.

a) $S = A(UVN)^{\frac{1}{3}}$.

b) $S = Nc \ln[U/(NU_0)] + NR \ln[V/Nv_0)] + Ns_0$.

c) $S = B(U^3V)^{\frac{1}{4}}$.

4. Determine as três equações de estado na representação da energia interna para um sistema que obedece à equação fundamental molar $u = av^{-1}s^2 \exp(s/R)$.

5. Um fluido obedece à equação fundamental molar:

$$u = A\frac{s^{5/2}}{v^{1/2}}.$$

a) Obtenha a relação fundamental na representação da entropia.

b) Determine as três equações de estado na representação da entropia.

6. Considere as equações de estado:

$$\frac{1}{T} = \frac{a}{u} + bv, \qquad \frac{p}{T} = \frac{c}{v} + f(u).$$

Determine $f(u)$ e a equação fundamental molar na representação da entropia, sabendo-se que $f(0) = 0$.

7. As equações de estado de um gás de fótons de energia interna U numa cavidade de volume V são

$$T = \lambda \left(\frac{U}{V}\right)^{1/\alpha}$$

e

$$pV = \frac{U}{3},$$

onde λ e α são constantes.

a) Assumindo que essas equações de estado possam ser obtidas a partir de uma equação fundamental $S(U, V)$, mostre que $\alpha = 4$ (lei de Stefan-Boltzmann).

b) Obtenha a unidade da constante λ.

c) Determine a entropia do gás $S(U, V)$, supondo que ela se anule para $U = 0$.

d) Mostre que a entropia obtida acima é uma função côncava das suas variáveis.

8. A entropia molar de um fluido é dada por:

$$s = Av^{1/2}u^{3/4},$$

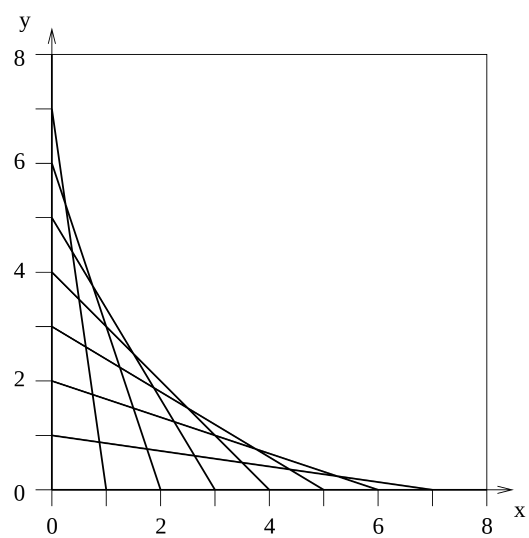
onde A é uma constante.

a) Obtenha as três equações de estado do fluido na representação da entropia.

b) Determine a expressão das curvas que representam processos adiabáticos no plano (V, p).

c) Obtenha a equação fundamental na representação da energia interna $U(S, V, N)$ e calcule a energia livre de Helmholtz $F(T, V, N)$ do fluido.

9. Considere o conjunto de retas esboçado no gráfico abaixo:



a) Obtenha a expressão $\psi(p)$ que representa este conjunto de retas, onde ψ é o valor de y no qual a reta corta o eixo vertical e p é o seu coeficiente angular.

b) Considere que $\psi(p)$ é a transformada de Legendre de uma função $y(x)$, ou seja, $\psi(p) = y - px$, com:

$$p = \frac{\partial y}{\partial x}.$$

Efetuando a transformada inversa, mostre que:

$$y(x) = 8 - 4\sqrt{2x} + x.$$

10. Obtenha as relações fundamentais na representação da entalpia e do grande potencial termodinâmico para um gás ideal.

11. A partir da equação de estado de van der Waals

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2},$$

e sabendo que a capacidade térmica isocórica molar $c_v = C_V/N = c$ é constante para esse fluido:

a) Determine a relação fundamental na representação de Helmholtz.

b) Mostre que $u = cT - a/v$.

c) Determine o coeficiente de expansão térmica α e a compressibilidade isotérmica κ_T.

12. Partindo da relação fundamental na representação de Helmholtz para o fluido de van der Waals, obtida no exercício anterior, efetue uma transformada de Legendre e obtenha a relação fundamental na representação da energia interna.

13. Mostre que as funções abaixo são convexas. Determine as suas transformadas de Legendre $g(p)$, onde $p = f'(x)$, mostrando que são côncavas.

a) $f(x) = x^2$.

b) $f(x) = -\ln x$.

c) $f(x) = e^x$.